

实验 12 扭摆法测量物体的转动惯量



(仅供参考, 请以上课课件或老师要求为准)

转动惯量是刚体转动时惯性大小的量度，是表明刚体特性的一个物理量。刚体转动惯量除了与物体质量有关外，还与转轴的位置和质量分布（即形状、大小和密度分布）有关。如果刚体形状简单，且质量分布均匀，可以直接计算出它绕定轴的转动惯量。对于形状复杂，质量分布不均匀的刚体，计算将极为复杂，通常采用实验方法来测定，例如机械部件，电动机转子和枪炮的弹丸等。转动惯量的测量，一般都是使刚体以一定形式运动，通过表征这种运动特征的物理量和转动惯量的关系，进行转换测量。本实验使物体作扭摆摆动，由摆动周期计算出物体的转动惯量。

实验目的

熟悉扭摆的构造和使用方法，掌握数字式计时仪的正确使用要领，测定物体转动惯量；

验证转动惯量平行轴定理，了解几种数据处理方法；

通过本实验，要求同学们能够设计测定不规则物体转动惯量的方案。

实验原理

扭摆仪器如图 3-1 所示。在轴 1 上可以装上各种待测物体；薄片状螺旋弹簧 2 垂直于轴 1 安装，用以产生恢复力矩；3 为水平仪，指示系统是否水平；4 为水平调节旋钮用来调整系统平衡。

转动惯量、扭转常数和周期的关系

当装在转轴 1 上的待测物体转过一定角度 θ 后，在弹簧的恢复力矩 M 作用下，物体就开始绕转轴 1 作往返扭转运动。根据虎克定律，弹簧扭转而产生的恢复力矩 M 与所转动的角度 θ 成正比，即

$$M = -K\theta \quad (3-1)$$

式中， K 为弹簧的扭转常数。

根据转动定律有

$$M = J\beta \quad (3-2)$$

式中， J 为转动惯量； β 为角加速度。

由式 (3-2) 得

$$\beta = \frac{M}{J} \quad (3-3)$$

令 $\omega^2 = \frac{K}{J}$ ，忽略其它力矩的作用，由式 (3-1) 和式 (3-3) 得

$$\beta = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{K}{J}\theta = -\omega^2\theta \quad (3-4)$$

上述方程表明扭摆运动具有角简谐振动的特征，角加速度与角位移成正比，且方向相反。此方程的解为

$$\theta = A\cos(\omega t + \varphi) \quad (3-5)$$

式中， A 为简谐振动的角振幅； φ 为初相位角； ω 为角速度。

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{K}} \quad (3-6)$$

由式 (3-6) 可知，在已经通过实验测得物体摆动周期 T 的情况下，只要已知 J 和 K 中任何一个量，即可算出另一个物理量。

本实验用一个几何形状规则的物体，其转动惯量可以根据它的质量和几何尺寸用理论公式直接计算得到。由此可算出扭摆弹簧的 K 值。若要测定其它物体的转动惯量，只需将待测物体放在扭摆顶部的各种夹具上，测定其摆动



图 3-1 扭摆
1-转轴 2-弹簧 3-水平仪
4-水平调节旋钮

周期，由式 (3-6) 即可算出该物体绕转轴的转动惯量。

弹簧扭转常数 K 的测量

弹簧扭转常数 K 的测量方法如图 3-2 所示。设金属载物盘绕转轴的转动惯量是 J_0' ，测出其转动周期为 T_0 ，则有

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2}{K} J_0' \quad (3-7)$$

待测物塑料圆柱体对其质心轴的转动惯量理论值为 J_1 ，测出其与载物盘的复合体转动周期为 T_1 ，则

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2}{K} (J_0' + J_1) \quad (3-8)$$

式中 $J_1 = \frac{1}{8} m_1 D_1^2$ ， D_1 为圆柱体直径， m_1 为圆柱体质量。

由式 (3-7) 和式得 (3-8) 得

$$K = \frac{4\pi^2 J_1}{T_1^2 - T_0^2} \quad (3-9)$$

在 SI 制中 K 的单位为 $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$ (或 $\text{N}\cdot\text{m}$)。

转动惯量平行轴定理

如图 3-3 所示，若质量为 m 的物体绕通过质心轴 O 的转动惯量为 J_0 ，当转轴平行移动距离 x 时，则此物体对新轴 O_1 的转动惯量 $J = J_0 + mx^2$ ，称为转动惯量的平行轴定理， J 与 x^2 成线性关系。在分析刚体转动惯量时要弄清重心和质心的概念。

重心是重力的作用点，质心是物体 (或由多个物体组成的系统) 质量分布的中心。与重心不同的是，质心不一定要在有重力场的系统中。值得注意的是，除非重力场是均匀的，否则同一物质系统的质心与重心通常不在同一假想点上。通常情况下，由于普通物体的体积与地球体积相比很小，所以物体所处的重力场可看作是均匀的，此时质心与重心重合；如果该物体的体积与地球体积相比不可忽略，则该物体所处的重力场就不均匀了，具体说是由下向上重力场逐渐减小，此时重力的作用点靠下，也就是重心低于质心，如高山的重心比质心要低一些。

实验仪器

实验仪器如图 3-4 所示包括：扭摆、转动惯量周期测定仪、空心金属圆柱体、塑料圆柱体、实心球体、金属细杆、滑块、夹具、游标卡尺。

转动惯量周期测定仪由主机和光电探头两部分组成。用光电探头来检测挡光杆是否挡光，根据挡光次数自动判断是否已达到所设定的周期数。周期数可由预置数开关来设定，按下“复位”按钮时，显示值“0000”秒，当挡光杆第一次通过光电探头的间隙时，计时即开始，当达到预定周期数后，便自动停止计数，并显示出四位数字。例如，“1874”，测量时间的精度为 0.01s，后两位代表小数点后的数值，单位为秒，所以显示值为 18.74s。

光电探头采用红外发射管和红外线接收管。人眼无法直接观察仪器工作是否正常，但可用纸片遮挡光电探头间隙部位，检查计时器是否开始计时和达到预定周期数时是否停止计数，以及按下“复位”按钮时是否显示为“0000”。

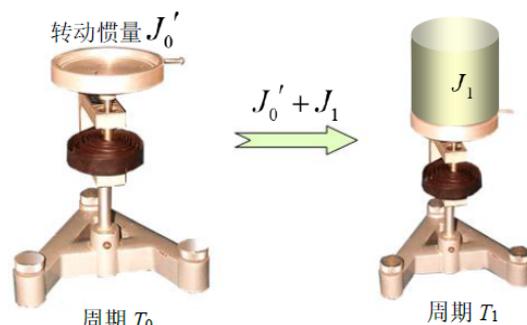


图 3-2 K 的测量原理图

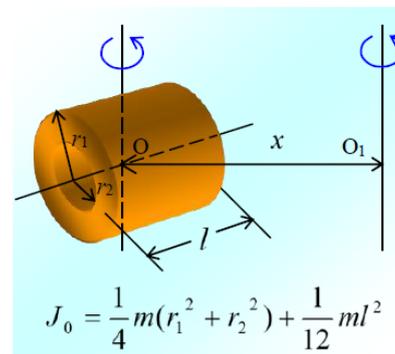


图 3-3 平行轴定理

为防止强光线对光电探头的影响，光电探头不能放置在强光下。

实验操作时，有以下几点注意事项：

- (1) 基座应始终保持水平状态。
- (2) 光电探头放置在挡光杆的平衡位置处，挡光杆必须能通过光电探头间隙内的两个小孔，两者不能相接触。
- (3) 由于弹簧的扭转常数 K 值不是固定常数，它与摆动角度略有关系，摆角 $90^\circ \sim 40^\circ$ 间基本相同。为了降低实验时由于摆角变化过大带来的系统误差，在测量各种物体摆动周期时，摆角要基本相同，不宜过大和过小， $\pm 60^\circ$ 已足够。

(4) 转轴必须插入载物圆盘，并将螺丝旋紧，使它与弹簧组成牢固的整体。若发现摆动时有响声或摆动数次之后摆角明显减小或停下，原因即在于螺丝未旋紧。

(5) 实心塑料圆柱体和空心金属圆柱体放在载物圆盘上时，必须放正，不能倾斜。

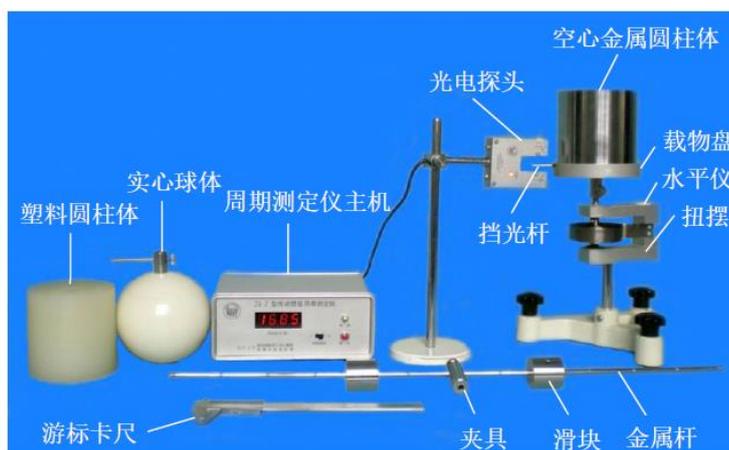


图 3-4 实验仪器

实验内容

操作步骤

本实验内容主要测定扭摆的扭转常数（弹簧的扭转常数） K ；测定实心塑料圆柱体、空心金属圆柱体、实心球体与金属细长杆的转动惯量，并与理论计算值比较，求相对误差；验证转动惯量平行轴定理。实验步骤如下：

- (1) 用游标卡尺分别测出实心塑料圆柱体的直径、空心金属圆柱体的内径和外径、实心球体的直径。金属细长杆的长度已知，记录待测物体的质量（已标在物体上）。
- (2) 调整扭摆底座脚螺丝，使水平仪中的气泡居中。
- (3) 装上金属载物盘，并调整光电探头的位置，使载物盘上挡光杆处于其缺口中央且能遮住发射接收红外光线的小孔，测量 10 个摆动周期所需要的时间 $10T_0$ 。
- (4) 将实心塑料圆柱体垂直放在载物圆盘上，测量 $10T_1$ 所需时间。
- (5) 用空心金属圆柱体代替实心塑料圆柱体，测出摆动 10 个周期所需时间 $10T_2$ 。
- (6) 取下载物圆盘，将球体用夹具装在转轴上端，测量摆动 10 个周期所需时间 $10T_3$ 。
- (7) 取下球体，将细杆装在转轴上，细杆中心与转轴重合，测量摆动 10 次所需时间 $10T_4$ 。
- (8) 如图 3-5 所示，将滑块对称地放在细杆两边的凹槽内，此时滑块质心与转轴的距离 x 分别为 5.00cm, 10.00cm, 15.00cm, 20.00cm, 25.00cm，测出对应于不同距离时摆动 10 个周期的时间。由于夹具的转动惯量与金属细杆的转动惯量相比甚小，因此在计算中可以忽略不计。
- (9) 选作：将两个滑块不对称放置，即 5.00cm 与 10.00cm, 10.00cm 与 15.00cm, 15.00cm 与 20.00cm, 20.00cm 与 25.00cm，采用图解法验证转动惯量平行轴定理。



图 3-5 验证“转动惯量图 3-4 实验仪器

数据记录与处理

(1) 弹簧扭转常数 K 值的测量，数据记录见表 3-1。

$$K = \frac{4\pi^2 J_1}{T_1^2 - T_0^2}$$

表 3-1 扭转常数测定数据记录表格

物体名称	质量/kg	几何尺寸/cm	周期/s	
载物圆盘			T_0	
			\bar{T}_0	
实心塑料圆柱			T_1	
			\bar{T}_1	

(2) 物体转动惯量的测定，数据记录见表 3-2。

表 3-2 转动惯量测定数据记录表格

物体名称	质量/kg	几何尺寸/cm		周期/s		理论值/kg·m ²	实验值/kg·m ²
空心金属圆柱		$D_{外}$		T_2		$J_2 = \frac{1}{8} m (D_{外}^2 + D_{内}^2)$	$J'_2 = \frac{K}{4\pi^2} \bar{T}_2^2 - J'_0$
		$D_{内}$		\bar{T}_2			
实心球体		$D_{球}$		T_3		$J_3 = \frac{1}{10} m D_{球}^2$	$J'_3 = \frac{K}{4\pi^2} \bar{T}_3^2$
				\bar{T}_3			
金属细杆		长度 l		T_4		$J_4 = \frac{1}{12} m l^2$	$J'_4 = \frac{K}{4\pi^2} \bar{T}_4^2$
				\bar{T}_4			

(3) 转动惯量平行轴定理的验证，数据记录见表 3-3。表中 J_5 为单个滑块绕对中心垂直轴的转动惯量，如图 3-3 所示。(选做)

$$J_5 = \frac{1}{16} m_{滑} (D_{外}^2 + D_{内}^2) + \frac{1}{12} m_{滑} l^2$$

式中， $m_{滑}$ 为滑块的质量； $D_{外}$ ， $D_{内}$ 为滑块的内径和外径； l 为滑块长度。本实验中有

$$2J_5 = 0.87 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2。$$

表 3-3 验证平行轴定理数据记录表格

x/cm	5.00	10.00	15.00	20.00	25.00
T/s					
\bar{T}/s					
理论值/ $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ $J=J_4+2mx^2+2J_5$					
实验值/ $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ $J'=\frac{K}{4\pi^2}\bar{T}^2$					
百分差 $E_0/\%$					

分析与思考

- (1) 为什么实验仪器需要调水平？物体没有放正，为什么会产生实验误差？
- (2) 为什么在计算实心球体和金属细杆的转动惯量中未考虑夹具的质量？
- (3) 如何用本装置来测定任意形状物体绕特定转轴的转动惯量？
- (4) 如何用最小二乘法验证平行轴定理？